

La règle à calcul

Instruction et applications numériques

avec 23 figures dans le texte et 4 tables

==== 4^e édition ====

- I. Système Mannheim
- II. „ Nestlers „Fix“
- III. „ Rietz
- IV. „ Nestle
- V. „ Nestlers Universal
- VI. „ „ Précision
- VII. „ Peter et Perry



Albert Nestler

Lahr (G^d-duché de Bade)

Fabrique de règles à calcul

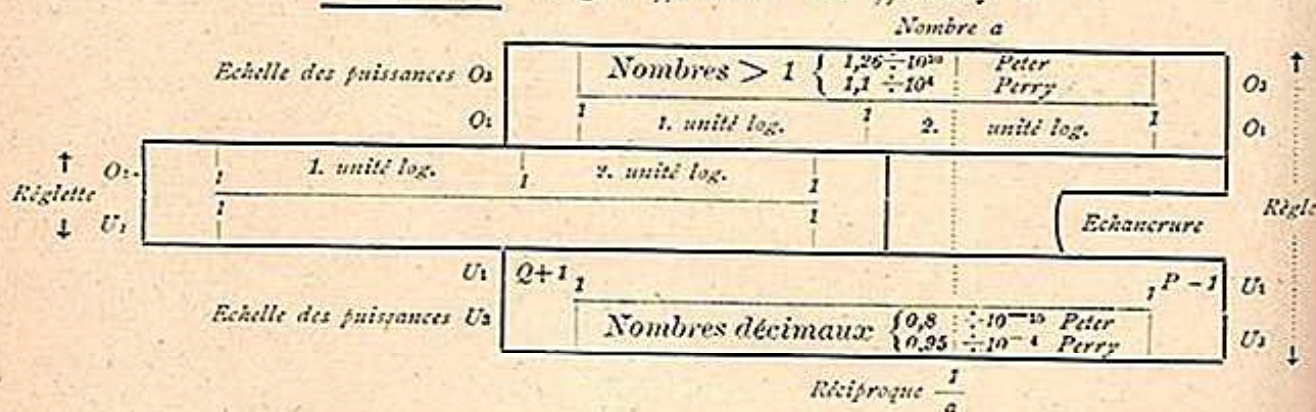
Les règles à calcul »Nestler« »Peter« No. 35 et »Perry« No. 25.

Ces règles diffèrent de celles que nous avons décrites dans ce sens qu'on peut calculer par un seul placement de la réglette les puissances et les racines ayant un exposant positif ou négatif, entier ou fractionnaire. L'élévation à une puissance et l'extraction de la racine ne peuvent pas se faire d'un seul placement pour les puissances au-dessus de 10^{10} , au-dessous de 10^{-10} et entre 0,8 et 1,26 pour la règle Peter et pour la règle Perry au-dessus de 10^4 , au-dessous de 10^{-4} et entre 0,95 et 1,1; on doit dans ce cas se servir des échelles des puissances et faire d'assez longs calculs dont nous parlerons dans la suite. Il en est de même pour les puissances et racines dont les bases ou les quantités radicales sont bien contenues sur les échelles de puissances, mais dont on devrait faire la lecture à droite ou à gauche en dehors de l'échelle des puissances. Pour ces calculs on se sert d'une grandeur auxiliaire appropriée.

Les échelles U_1 , U_2 , O_1 et O_2 étant pareilles à celles de la règle ordinaire, l'emploi en sera aussi le même. Voir §§ 1—8.

La possibilité d'élever les nombres à une puissance ou d'en extraire la racine carrée au moyen d'un seul placement s'obtient en se servant pour les valeurs des nombres a d'une échelle »log. log. a « que nous appelons par la suite *échelle des puissances*. A côté des longueurs »log. log. a « se trouve le nombre a . Ces échelles de puissances sont O_3 pour les nombres > 1 et U_3 pour les fractions purement décimales. Les deux échelles sont rapportées à l'échelle de 12,5 cm. L'échelle U_3 présente cette particularité que ses nombres sont les réciproques des nombres qui se trouvent perpendiculairement sur O_3 et vice versa. Comme sur O_3 se trouvent les nombres > 1 , on pourra lire sur U_3 perpendiculairement à la règle les fractions décimales réciproques de ces nombres. Les nombres des échelles O_3 et U_3 considérés perpendiculairement à la règle sont réciproques.

Fig. 19. Règle »Peter« et »Perry«.



Si l'on ajoute à une longueur quelconque $\log. \log. a$ des échelles des puissances O_3 et U_3 ou si l'on soustrait de cette même longueur $\log. \log. a$, au moyen de l'échelle O_2 une longueur $\log. n$ (comme si l'on multipliait ou divisait au moyen des échelles O_1 et O_2) le nombre représentant la somme des longueurs qui se trouve sur les échelles des puissances O_3 ou U_3 représente la puissance a^n , le nombre représentant la différence des longueurs la racine $\sqrt[n]{a}$. Ce procédé se base sur les formules suivantes :

$$\begin{aligned} X &= a^n \\ \log. X &= \log. a^n = n \log. a \\ \log. \log. X &= \log. \log. a^n = \log. (n \log. a) = \log. n + \log. \log. a \\ X &= \sqrt[n]{a} \\ \log. \log. X &= \log. \log. \sqrt[n]{a} = \log. \log. a - \log. n. \end{aligned}$$

L'élevation à une puissance et l'extraction de la racine.

1. **Exposants positifs.** On place la base a ou la quantité radicale a sur l'échelle O_3 ou U_3 sous le trait du curseur, on additionne pour la puissance et on soustrait pour la racine au moyen de l'échelle O_2 la longueur $\log.$ de l'exposant de la puissance ou de la racine et on lit sur l'échelle O_3 ou U_3 pour la somme des longueurs la puissance a^n ou pour la différence des longueurs la racine $\sqrt[n]{a}$.

2. **Exposants négatifs.** D'après la description donnée plus haut qui dit que les nombres des échelles O_3 et U_3 sont réciproques, on pourra facilement former les puissances et les racines avec exposants négatifs en appliquant les formules suivantes :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n; \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a^{-1}} = \sqrt[n]{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}$$

Pour la solution on prend a^n ou $\sqrt[n]{a}$ avec exposant positif et l'on cherche la valeur réciproque ou bien l'on détermine tout d'abord la valeur réciproque de a donc $\frac{1}{a}$, et sans lire cette valeur, on passe du nombre a , à l'échelle des inverses et en l'élevant ensuite à la puissance n , ou en extrayant la racine n , la lecture se fait sur la même échelle. Pour les deux méthodes le placement est le même.

Si l'on a à extraire des racines ou à élever à une puissance avec des exposants négatifs, on devra toujours faire la lecture sur l'échelle réciproque à celle du placement, c'est-à-dire si le placement se fait sur O_3 , la lecture se fera sur U_3 et vice versa.

3. **Exposants décimaux.** Si l'exposant est purement décimal, on place pour élever à une puissance le trait final de la règle sur le nombre a et la lecture de la puissance se fait à l'exposant; pour extraire la racine, on place l'exposant sous a en tenant compte de la remarque

ci-après et la lecture de la racine se fait au trait final de la réglette. On pourrait aussi chercher tout d'abord la réciproque de l'exposant décimal et faire avec cet exposant l'opération inverse; ce serait toutefois un détour.

Pour tous ces genres de problèmes on remarquera, et *ceci est très important*, que les exposants de l'échelle O_2 doivent être envisagés comme correspondants à l'unité log. de l'échelle O_2 pour les valeurs concernant cet exposant. On remarquera donc ceci: *les nombres d'un chiffre 1—10 et les nombres de —1 chiffre entier 0,1—0,01 se trouvent sur la première unité log., les nombres de deux chiffres 10—100 et de 0 chiffre entier 1,0—0,1 sur la deuxième unité log. de O_2 .*

Il ressort donc de ceci que la règle Peter et Perry permet de former directement les puissances et les racines avec le plus grand exposant ± 100 et le plus petit exposant $\pm 0,01$, ce qui correspond sans doute à la limite des besoins pratiques.

Exemples: 1. Exposants positifs:

$2,2^{7,3}$	$= 315;$	Placement sur O_3 au trait initial.	Lecture sur O_3 à 7,3 de O_2
$1,57^{3,2}$	$= 4,23;$	" " " " " "	" " " " 3,2 " "
$0,26^{2,42}$	$= 0,0885;$	" " U_3 " " " "	" " U_3 " 2,42 " "
$0,088^{1,57}$	$= 0,022;$	" " " " " "	" " " " 1,57 " "
$\sqrt[5]{0,0035}$	$= 0,323;$	" " " " 5 de O_2	" " " " au trait initial
$\sqrt[4,31]{580}$	$= 4,38;$	" " O_3 " 4,31 " "	" " O_3 " " " "

2. Exposants négatifs:

$1,58^{-3,2}$	$= 0,231;$	Placement sur O_3 au trait initial.	Lecture sur U_3 à 3,2 de O_2
$2,47^{-1,09}$	$= 0,373;$	" " " " " "	" " " " 1,09 " "
$0,46^{-1,83}$	$= 2,81;$	" " U_3 " " " "	" " O_3 " 1,83 " "
$0,78^{-2,54}$	$= 1,88;$	" " " " " "	" " " " 2,54 " "
$\sqrt[3,7]{830}$	$= 0,163;$	" " O_3 " à 3,7 de O_2	" " U_3 au trait initial
$\sqrt[7,81]{0,00081}$	$= 2,485;$	" " U_3 " 7,81 " "	" " O_3 " " " "

3. Exposants décimaux:

$2,5^{0,87}$	$= 2,22;$	Placement sur O_3 au trait final.	Lecture sur O_3 à 0,87 de O_2
$1,3^{-0,62}$	$= 0,8495;$	" " " " " "	" " U_3 " 0,62 " "
$0,045^{0,94}$	$= 0,054;$	" " U_3 " " " "	" " " " 0,94 " "
$0,00075^{-0,24}$	$= 5,62;$	" " " " " "	" " O_3 " 0,24 " "
$\sqrt[0,54]{5,35}$	$= 22,4;$	" " O_3 à 0,54 de O_2	" " " " au trait final
$\sqrt[0,172]{1,37}$	$= 0,161;$	" " " " 0,172 " "	" " U_3 " " " "
$\sqrt[0,278]{0,674}$	$= 0,243;$	" " U_3 " 0,278 " "	" " " " " "
$\sqrt[0,416]{0,055}$	$= 1080;$	" " " " 0,416 " "	" " O_3 " " " "

Il reste à nous occuper des cas qui font exception à la règle, c'est-à-dire de ceux dont le placement ou la lecture tombe en dehors

de l'échelle des puissances. Dans des cas pareils on se sert d'une grandeur auxiliaire, ainsi qu'on le verra par les exemples qui suivent.

De ce fait, les calculs sont plus compliqués et l'avantage des échelles des puissances n'est plus très grand. Ces calculs sont plus simples avec l'échelle *L* de la règle ordinaire. Le choix des grandeurs auxiliaires n'est pas indifférent pour le degré d'exactitude qu'on veut obtenir.

Exemple:

$$1,04^5 = \frac{(10 \cdot 1,04)^5}{10^5} = \frac{10,4^5}{10^5} = \frac{122000}{100000} = 1,22 \quad (\text{grandeur auxiliaire } 10)$$

$$\text{ou } 1,04^5 = \frac{(2 \cdot 1,04)^5}{2^5} = \frac{2,08^5}{2^5} = \frac{388}{32} = 1,218 \quad (\quad " \quad " \quad 2)$$

Le dernier quotient de ces exemples se calcule avec les échelles ordinaires de la règle. On doit choisir la grandeur auxiliaire de telle façon que le produit de cette dernière avec un nombre (1,04) dont le placement est impossible, devienne possible. On remarquera que plus la grandeur auxiliaire est petite, plus le résultat est juste. On peut former plus exactement $2,08^5$ que $10,4^5$. La grandeur 10 ne donne pas de si bons résultats, mais elle est commode pour les cas où les exposants sont des nombres entiers, parce que la puissance de 10 peut être formée facilement et que la division avec ce nombre est aussi très facile. Si par contre l'exposant n'est pas entier, la grandeur auxiliaire 10 n'offre pas plus d'avantages qu'un autre nombre.

Exemples:

$$1,035^{7,6} = \frac{(2 \cdot 1,035)^{7,6}}{2^{7,6}} = \frac{2,07^{7,6}}{2^{7,6}} = \frac{255}{195} = 1,308 \quad (\text{grandeur auxiliaire } 2)$$

$$0,98^{5,3} = \frac{(2 \cdot 0,98)^{5,3}}{2^{5,3}} = \frac{1,96^{5,3}}{2^{5,3}} = \frac{35,8}{39,8} = 0,90 \quad (\quad " \quad " \quad 2)$$

ou:

$$0,98^{5,3} = \left(\frac{0,98}{2} \right)^{5,3} \cdot 2^{5,3} = 0,49^{5,3} \cdot 2^{5,3} = 0,023 \cdot 39,8 = 0,90 \quad (\quad " \quad " \quad 2)$$

$$\sqrt[3,5]{1,07} = \sqrt[3,5]{\frac{2 \cdot 1,07}{2}} = \frac{\sqrt[3,5]{2,14}}{\sqrt[3,5]{2}} = \frac{1,242}{1,218} = 1,02 \quad (\quad " \quad " \quad 2)$$

Les exemples ci-dessus sont des cas dans lesquels le placement tombe en dehors de l'échelle des puissances. Nous considérerons encore un exemple où le placement peut être fait, mais où la lecture tombe en dehors de l'échelle des puissances.

$$\sqrt[9,4]{1,09} = \sqrt[9,4]{\frac{3 \cdot 1,09}{3}} = \frac{\sqrt[9,4]{3,27}}{\sqrt[9,4]{3}} = \frac{1,134}{1,124} = 1,009 \quad (\text{grandeur auxiliaire } 3)$$

Exemple pour lequel on ne peut faire ni le placement ni la lecture.

$$\sqrt[1,8]{1,06} = \sqrt[1,8]{\frac{3 \cdot 1,06}{3}} = \frac{\sqrt[1,8]{3,18}}{\sqrt[1,8]{3}} = \frac{1,901}{1,841} = 1,033 \quad (\text{grandeur auxiliaire } 3)$$

Les autres problèmes sont, d'après ce qui précède, faciles à résoudre, il en est de même du cas qui peut se présenter pour la règle Perry où la lecture tombe en dehors à droite de l'échelle. Ces cas ne peuvent pas se présenter pour la règle Peter, parce que nous avons à droite les nombres limites 10^{10} et 10^{-10} .

Logarithmes pour une base quelconque.

Ces problèmes sont basés sur la formule:

$$a^x = m; X = {}_a \log. m.$$

Pour chercher le logarithme du nombre m pour la base a , on n'a qu'à déterminer sur l'échelle O_2 l'exposant X ; en élevant a à cette puissance on aura le nombre m .

Si le nombre m se trouve à gauche de la base a , on place le trait initial, s'il se trouve à droite de la base le trait final de l'échelle O_2 de la règle sur l'échelle des puissances et on fait la lecture de l'exposant, c'est-à-dire du logarithme sur O_2 au nombre m de l'échelle des puissances. Si le nombre m se trouve sur l'échelle réciproque de a , le logarithme sera négatif, si a et m sont sur la même échelle des puissances, le logarithme sera positif.

Deux systèmes de logarithmes sont surtout très importants: le système naturel de log. avec la base $e = 2,718$, chiffre pour lequel on a fait une marque sur O_3 , et le système artificiel de log. avec la base 10.

Exemples:

1. Base quelconque.

slog. 5 = 1,46;	Base 8 sur O_3 .	Placement trait init.	Lecture sur O_2 à 5	de O_3 log. positif
slog. 2 = 0,43;	" 5 " "	" " " "	" " " " 2	" " " "
alog. 0,5 = -0,5;	" 4 " "	" " " "	" " " " 0,5	" U_3 " négatif
alog. 0,2 = -2,31;	" 2 " "	" " " "	" " " " 0,5	" " " "

2. Base artificielle $a = 10$.*)

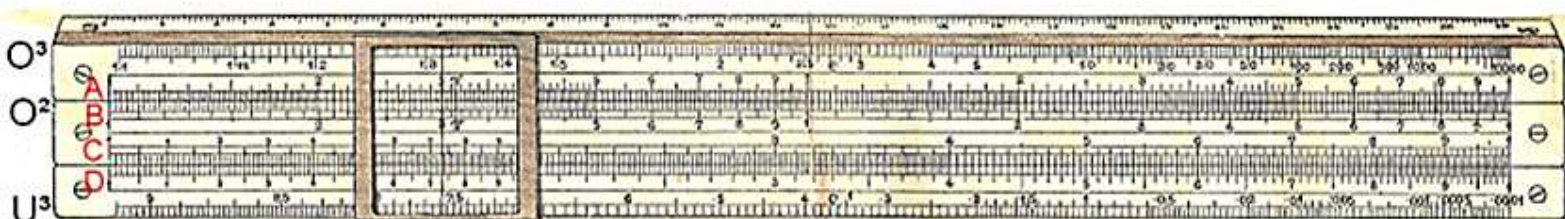
log. 2 = -0,301;	Base 10 sur O_3 .	Placement trait final.	Lect. sur O_2 à 2	de O_3 , log. positif
log. 2,718 = 0,434;	" " " "	" " " "	" " " " 2,718	" " " "
log. 350 = 2,54;	" " " "	" " " "	" " " " 350	" " " "
log. 0,4 = -0,398;	" " " "	" " " "	" " " " 0,4	" U_3 " négatif
log. 0,018 = -1,74;	" " " "	" " " "	" " " " 0,018	" " " "

3. Base naturelle $e = 2,71828$.

*) Il nous reste deux observations à faire: 1. Ces calculs sont très simples pour la règle «Peter» parce que les log. de nombres m de l'échelle O_3 ou U_3 se trouvent sur O_1 perpendiculairement à la règle. Ceci peut être envisagé comme un avantage de la règle «Peter». 2. S'il s'agit de chercher des log. qui ont pour base 10, il est plus exact, pour les nombres au-dessus de 10 et au-dessous de 0,1, sans tenir compte de la valeur unitaire de ces nombres, de les placer sur O_3 près des nombres 1,0—10. La lecture sera toujours la mantisse, et la caractéristique des log. à base 10 est facile à trouver. Ainsi nous avons un log. dont trois chiffres sont exacts et nous obtenons pour de très grands et de très petits nombres des résultats beaucoup plus exacts que si nous cherchions le log. directement avec la caractéristique.

La règle «Perry» ne diffère de celle de «Peter» qu'en ceci: pour la règle «Perry» on a déplacé à droite dans le sens de la longueur l'échelle log. log. a d'une distance telle que pour la règle «Perry» le nombre $10^4 = 10\,000$ se trouve au trait final de l'échelle O_3 et $10^{-4} = 0,0001$ au trait final de l'échelle U_3 . Par là, la règle «Perry» comparée à la règle «Peter» perd à droite sur O_3 la longueur 10^4 à 10^{10} et sur U_3 la longueur 10^{-4} à 10^{-10} , mais gagne par contre à gauche sur O_3 la longueur 1,26 à 1,1 et sur U_3 la longueur 0,8 à 0,95. Cette extension des échelles O_3 et U_3 à gauche est un avantage de la règle «Perry».

Esquemas de utilización y ejemplos del libro



Operaciones aritméticas : con escalas A-B-C-D (regla Mannheim)

Potencias y raíces ($a^n = \mathbf{X}$) : con escalas O^3 (si $a > 1$) - O^2 - U^3 (si $a < 1$)

--- Potencia n de un número a ---

1/ n positivo y $a > 1$ ($2,2^{7,3} = 315$)



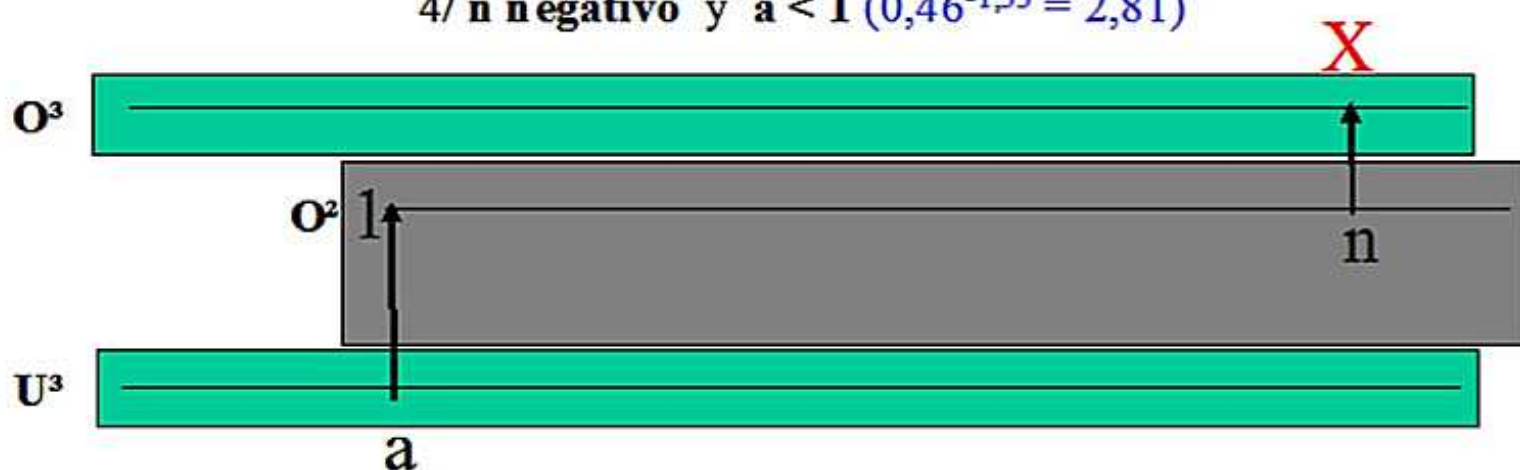
2/ n positivo y $a < 1$ ($0,26^{2,42} = 0,0385$)



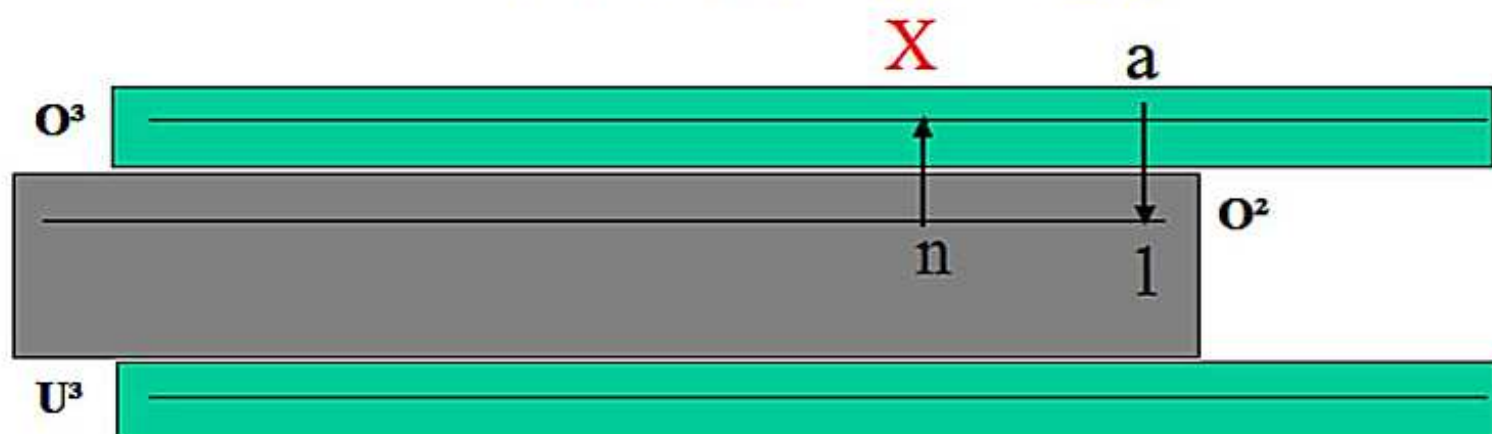
3/ n negativo y $a > 1$ ($1,58^{-3,2} = 0,231$)



4/ n negativo y $a < 1$ ($0,46^{-1,33} = 2,81$)



5/ n decimal y $a > 1$ ($2,5^{0,87} = 2,22$)



6/ n decimal y $a < 1$ ($0,045^{0,94} = 0,054$)

